

DM 1

Exercice 1 Calculer le PGCD $D \in \mathbb{R}[X]$ des polynômes A et B définis ci-dessous. Trouver des polynômes U et V de $\mathbb{R}[X]$ tels que $D = AU + BV$.

$$A = X^5 + 3X^4 + 2X^3 - X^2 - 3X - 2 \text{ et } B = X^4 + 2X^3 + 2X^2 + 7X + 6 ;$$

Exercice 2 Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$u_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$$

n'est pas convergente.

Exercice 3 (x_n) est la suite définie par $x_0 = 4$ et $x_{n+1} = \frac{4x_n + 5}{x_n + 3}$.

- Montrer qu'elle est positive.
- Etudier le sens de variation de la fonction $x \mapsto \frac{4x + 5}{x + 3}$ sur \mathbb{R}^+ et en déduire le sens de variation de la suite (x_n) .
- Etudier la convergence de (x_n) et en donner sa limite éventuelle.