

Question de cours – Donner la définition de l'injectivité et de la surjectivité d'une application.

Exercice 1.

1. Déterminer les modules et les arguments des nombres complexes suivants :

(a) $z_1 = \sqrt{3} - i$.

(b) $z_2 = 1 - i$.

(c) $z = \frac{z_1}{z_2}$.

2. En déduire $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

Exercice 2. Résoudre l'équation

$$z^2 - (3 + i)z + 4 + 3i = 0$$

Exercice 3. Soit $g : \mathbb{C} \setminus \{i\} \rightarrow \mathbb{C}$ l'application définie par

$$g(z) = \frac{z + i}{z - i}$$

1. Soit $A \in \mathbb{C}$. Résoudre et discuter suivant les valeurs de A l'équation en z :

$$g(z) = A$$

2. g est-elle injective? surjective? Déterminer $g(\mathbb{C} \setminus \{i\})$

3. En déduire que l'application $h : \mathbb{C} \setminus \{i\} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{1\}$ définie par : $h(z) = g(z)$ est bijective. Déterminer sa réciproque h^{-1} .

Exercice 4. Soit A et B deux parties d'un ensemble E .

1. Préciser les ensembles suivants : $B \cup B^c$, $A \cap E$, $A \cap A^c$.

2. Montrer que : $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$.

3. En déduire que : $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B) \cap (A \cup B) = A \cap B$.